

SOSTENIBILIDAD FISCAL Y TRAYECTORIA DE LA DEUDA: ANÁLISIS Y ESTIMACIONES PARA CHILE

Mario Arend

Cristobal Gamboni

Alonso Valdés

MAYO 2019



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS

ESTUDIOS
DE FINANZAS PÚBLICAS

SOSTENIBILIDAD FISCAL Y TRAYECTORIA DE LA DEUDA: ANÁLISIS Y ESTIMACIONES PARA CHILE

Esta publicación forma parte de la serie de Estudios de Finanzas Públicas de la Dirección de Presupuestos del Ministerio de Hacienda.

A través de esta serie se presentan documentos de trabajo que abordan temas de relevancia nacional por su impacto en las finanzas públicas, privilegiándose aquellos tópicos de especial pertinencia para el manejo de la política fiscal y para la promoción de una eficiente asignación y uso de los recursos públicos.

La serie Estudios de Finanzas Públicas representa así un aporte al análisis metódico y al debate fundamentado sobre las finanzas públicas en Chile, a la vez que constituye una instancia de transparencia para el público en general en lo que respecta a acercar la información presupuestaria a los ciudadanos

Mario Arend: Economista y magister en economía de La Pontificia Universidad Católica de Chile, Master of Arts en Economía de la Universidad de Boston College. Asesor de la Dirección de Presupuestos.

Cristóbal Gamboni: Economista de La Universidad de Chile. Coordinador del área de Estudios Macroeconómicos del Departamento de Estudios de la Dirección de Presupuestos.

Alonso Valdés: Ingeniero Comercial y Magister en Economía de la Universidad Adolfo Ibáñez. Analista del área de Estudios Macroeconómicos del Departamento de Estudios de la Dirección de Presupuestos.

Agradecemos el valioso aporte realizado por los profesionales de la Dirección de Presupuestos Ignacio Gallardo y Alejandra Vega en la labor realizada en las primeras etapas de la elaboración de este documento y a Andrés Pérez del Ministerio de Hacienda por los comentarios realizados.

Publicación de la Dirección de Presupuestos del Ministerio de Hacienda

Todos los derechos reservados

Registro de propiedad intelectual@a-303155

Isbn:978-956-9931-30-7

Mayo 2019

Diseño y diagramación: Cristian Salas L.

Actualizado el 18 de julio 2019



SOSTENIBILIDAD FISCAL Y TRAYECTORIA DE LA DEUDA: ANÁLISIS Y ESTIMACIONES PARA CHILE

Mario Arend

Cristobal Gamboni

Alonso Valdés

MAYO 2019



ÍNDICE

Índice



Índice

1. Resumen	2
2. Introducción	4
3. Sostenibilidad fiscal y trayectoria de la deuda en Chile	8
4. Metodología tradicional y estocástica	16
5. Trayectoria de la deuda	24
6. Resultados	26
7. Conclusiones	36
8. Bibliografía	38
9. Anexos	40

RESUMEN

id) D D B t 1



1. Resumen

El sostenido aumento de la deuda en los últimos años en Chile, sumado a la voz de alerta que han puesto las clasificadoras de riesgo hace algún tiempo, lleva a preguntarse sobre la sostenibilidad fiscal y la trayectoria esperada de la deuda. En este trabajo se evalúa la sostenibilidad fiscal y trayectoria de la deuda bajo el análisis empírico tradicional de tests, indicadores y análisis estocástico. El análisis sugiere que la trayectoria de la deuda es sostenible, destacando una mejora en los indicadores de sostenibilidad en los últimos trimestres. Para los próximos años se prevé un leve aumento de los ratios deuda-producto, debido principalmente a los déficits fiscales efectivos proyectados y al aumento de los gastos por intereses. Sin embargo, en el largo plazo, en la medida que los déficits fiscales desaparezcan, se observaría una convergencia de la deuda bruta a niveles algo por debajo a los actuales, en torno a 24% del PIB y en el caso de la deuda neta a 6,9% del PIB. En el futuro, vemos relevante seguir haciendo un análisis paralelo al del balance estructural para los niveles de deuda, ya que estos no son considerados en la metodología de la regla fiscal.

INTRODUCCIÓN



2. Introducción

En los últimos años Chile experimentó una significativa reducción en su crecimiento, un deterioro del balance fiscal y un continuo aumento de la deuda pública, lo que llevó hace algún tiempo atrás a las principales agencias clasificadoras de riesgo a bajar la nota crediticia del país, y al mercado y autoridades a cuestionarse sobre la sostenibilidad de la dinámica de la deuda pública y su trayectoria futura.

Una deuda pública es sostenible cuando esta no crece de manera indefinida en el tiempo, ya sea debido a un nivel contenido del gasto público total y pago de intereses, de manera que no se comprometa un aumento del déficit fiscal en el largo plazo. En Chile la deuda bruta en los años noventa fue en promedio un 23,3% del PIB, luego alcanzo el mínimo en el año 2007 ubicándose en 3,9% del PIB en el marco de la aplicación de la regla del balance estructural. Seguidamente, esta volvió a un mayor nivel durante los últimos años para posicionarse en un 25,6% del PIB en 2018.

El objetivo de este trabajo es responder empíricamente si el nivel de deuda pública y su trayectoria es sostenible en el tiempo para Chile, utilizando tanto los métodos tradicionales como métodos estocásticos.

Respecto al análisis de sostenibilidad fiscal, en la literatura económica el análisis empírico tradicional comenzó con el trabajo de Hamilton y Flavin (1986), quienes proponen que la hipótesis relevante a testear es que “el presupuesto del gobierno debe estar balanceado en términos de valor presente”, utilizando para ello herramientas econométricas de series de tiempo, como test de estacionaridad de la deuda pública y del superávit fiscal, lo que se enmarca en un análisis de test sobre la sostenibilidad de la deuda pública. En esta misma línea de “análisis empírico tradicional de tests” Bohn (1998) propone que un test más promisorio de sostenibilidad es testear si el superávit fiscal responde a la deuda pública, lo que muestra si existe reversión a la media de ésta última.

Una línea paralela de investigación sobre sostenibilidad fiscal, que llamaremos “análisis empírico tradicional de indicadores”, Blanchard (1990) propone que la política fiscal es sostenible “si el ratio de deuda real a producto no explota más rápido que el exceso de la tasa de interés sobre la tasa de crecimiento”, para lo cual utiliza indicadores sintéticos derivados de la dinámica de deuda pública, tales como la “brecha primaria”. Más recientemente, en esta misma línea de “análisis empírico tradicional de indicadores” Croce y Juan-Ramón (2003) proponen un indicador de sostenibilidad fiscal que se construye a partir de la ecuación de la dinámica de la deuda en conjunto con su ecuación de estado estacionario y una función de reacción del gobierno.

A partir del trabajo de Barnhill y Kopits (2003) se introduce el “análisis empírico estocástico” sobre la sostenibilidad de la deuda, donde se incorpora la incertidumbre de las variables económicas mediante el método “Value at risk” para estimar la riqueza neta del gobierno y la probabilidad de que sea negativa y de que el gobierno entre en “default”. En esta misma línea de “análisis empírico estocástico”, un trabajo del Fondo Monetario Internacional (2003) propone hacer inferencia estadística sobre los ratio de deuda a producto en base a un modelo que incorpora la incertidumbre de las variables económicas.

Las estimaciones realizadas en este trabajo consideran los avances mencionados en cada línea de investigación sobre sostenibilidad fiscal, para ser más preciso se basan en los estudios de Bohn (1998) para el caso de “análisis empírico tradicional de tests”, en Croce y Juan-Ramón (2003) para el “análisis empírico tradicional de indicadores” y en el trabajo del Fondo Monetario Internacional (2003) para el “análisis empírico estocástico”.

Finalmente, para estimar la trayectoria de la deuda se recurre al modelo tradicional basado en la “restricción presupuestaria intertemporal” para estimar el período 2019-2050. Los resultados de las metodologías descritas anteriormente siguen que la deuda bruta y neta en el largo plazo se estabilizarían en niveles de 24,2% y 6,9% del PIB respectivamente, alcanzando el máximo dentro del horizonte de proyección de 28% y 10% del PIB. A su vez, el límite natural de la deuda bruta estaría cercano al 39% del PIB según la volatilidad de los ingresos fiscales, flexibilidad para ajustar el gasto público y crecimiento de la economía, sujeto a la muestra utilizada.



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS

SOSTENIBILIDAD FISCAL Y TRAYECTORIA DE LA DEUDA EN CHILE



3. Sostenibilidad fiscal y trayectoria de la deuda en Chile

La política fiscal en Chile se rige por una regla de balance cíclicamente ajustado, comúnmente llamada regla de balance estructural. De acuerdo a esta regla, la determinación del gasto público para el año siguiente se obtiene de la estimación de los ingresos estructurales y la meta de balance estructural definida por la autoridad por el Ministerio de Hacienda. Los detalles sobre la regla de balance estructural se encuentran descritos en Cerda et al. (2011).

Como señalan estos autores “esta política tiene como foco una mirada de mediano plazo”, “busca eliminar el comportamiento tradicionalmente procíclico de la política fiscal” y “se traduce en ahorros en tiempo de expansión de la actividad económica, cuando se reciben ingresos mayores por causa del ciclo, precisamente para poder gastarlos ya sea cuando la economía se contrae, y los ingresos fiscales caen, o cuando se enfrentan coyunturas que hacen que las necesidades de gasto aumenten”. Se desprende de lo anterior el espíritu acíclico de la política fiscal en Chile.

Sin embargo, esta política no considera explícitamente un criterio de sostenibilidad fiscal, por lo que se hace relevante hacer un seguimiento paralelo sobre este tema. Como veremos más adelante, implícito en la meta de balance estructural existe un nivel estimado para la deuda pública, tanto en trayectoria como en estado estacionario.

Si bien, la metodología de la regla fiscal en Chile no considera criterios de sostenibilidad de la deuda, los decretos que plantean el objetivo de meta de balance estructural han tenido en consideración la sostenibilidad fiscal, lo que se refleja en que en los últimos años se ha planteado una reducción gradual del déficit estructural. Sin embargo, bajo el actual esquema el cambio en la meta de balance estructural sigue siendo un elemento discrecional.

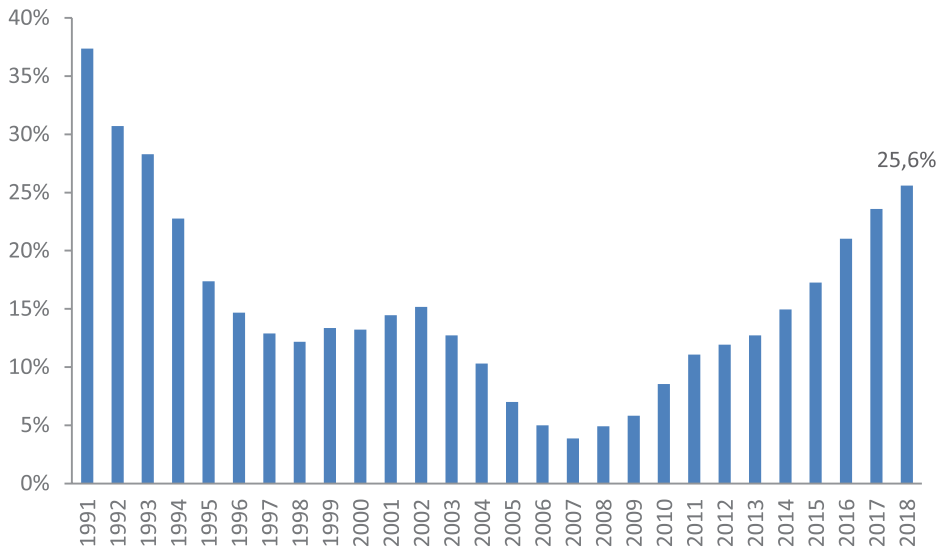
En años recientes la política fiscal chilena ha estado expuesta a desbalances que han llevado a un consecuente aumento de la deuda bruta, la cual pasó de representar un 12,7% del PIB en 2013, para luego ubicarse en un 25,6% del PIB en 2018, su mayor nivel desde 1993, cuando este indicador fue 28,3% del PIB. Por otro lado, como consecuencia del aumento en la deuda, el gasto en intereses ha aumentado comparado con 2010 en más de US\$1.400 millones, llegando a niveles de US\$2.500 millones en el año 2018, equivalentes a un 0,84% del PIB. El deterioro de la situación fiscal ha llevado a que después de 12 años Chile cambió su posición financiera en 2016 de acreedor neto a deudor neto, situación que se mantiene en el año 2018 con un nivel de deuda neta de 5,7% del PIB, posición fiscal que nos retrotrae a comienzos de los años 2000 cuando la deuda neta se ubicaba por sobre el 5% del PIB.

El deterioro de la deuda en Chile de los últimos años coincide con el fin del superciclo de las materias primas, lo que implicó una caída del precio del cobre y una desaceleración en el ritmo de crecimiento, generando un deterioro del balance fiscal tanto por el lado de los ingresos tributarios mineros como no mineros. Adicionalmente, en octubre del año 2014 el gobierno decidió postergar el ajuste fiscal presentando un déficit estructural de un 1,1% del PIB en la ley de presupuesto del año 2015, superior al déficit estructural del año anterior (0,9% del PIB proyectado para el año 2014), con un fuerte crecimiento proyectado del gasto público de 9,8% real.

Un año más tarde, se reconocería que la economía se encontraba en un estado de desaceleración más persistente, con un déficit estructural que llegaría a 1,9% del PIB el año 2015, por sobre la estimación inicial de 1,1% del PIB. El ajuste fiscal propuesto desde ese entonces fue gradual, procurando una reducción de 0,25% del PIB para los años 2016 y 2017. Dicho objetivo no se cumplió el año 2017, terminando con un déficit estructural de 2,0% del PIB, por sobre la meta de 1,5% para ese año. Luego, para los años 2018 y 2019 el gobierno entrante planteó reducir el déficit estructural a niveles de 1,8% y 1,6% del PIB, respectivamente, conforme lo anterior, en el año 2018 se sobrecumplió la meta, con un déficit estructural de 1,5% del PIB, donde favoreció en 0,3% del PIB un efecto puntual de ingresos fiscales por la operación de ventas de acciones de SQM de Nutrien a Tianqui.

El deterioro de las cuentas fiscales del país anteriormente descrito, fue internalizado por las clasificadoras de riesgo, las cuales devinieron en una degradación de la calificación del país. En particular, la agencia Standard & Poor's bajó en el año 2017 la clasificación de riesgo en moneda extranjera a largo plazo de Chile de AA-, obtenida el año 2012, a A+, en lo que constituye la primera rebaja en la nota del país en 25 años. El mismo año, Fitch Rating redujo la clasificación a A desde A+. Sumado a esto, el año 2018, Moody's también bajó la calificación de emisor y de deuda senior no garantizada del Gobierno de Chile a A1 desde Aa3, la cual había sido obtenida en junio del año 2010. En los últimos años Chile retrocedió en dos elementos claves para la privilegiada posición crediticia, el menor crecimiento económico y el mayor nivel de deuda, mientras que en otros aspectos como dependencia a las materias primas y nivel de ingreso per cápita. El país se encuentra en un nivel inferior a sus pares. El gráfico 1 muestra el stock de deuda bruta del Gobierno Central al cierre de cada año entre 1991 y 2018.

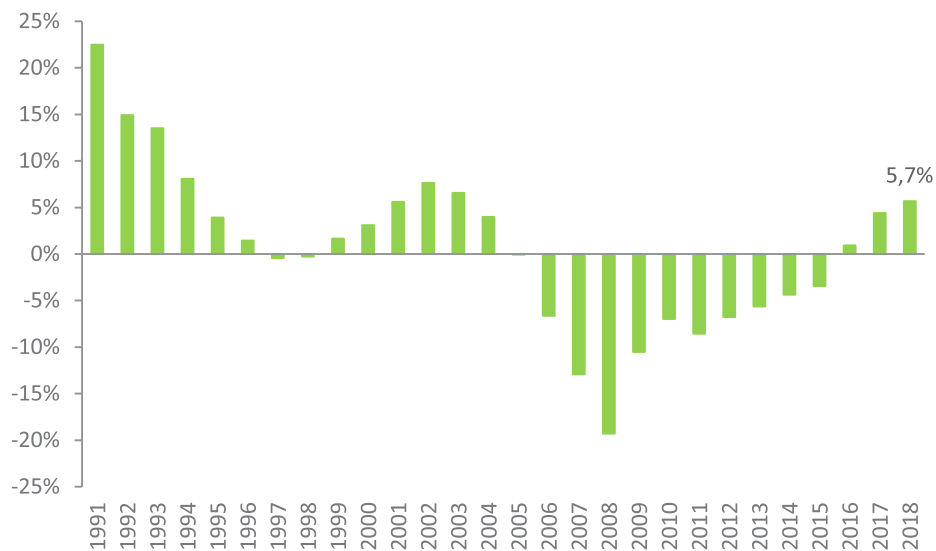
Gráfico 1
Deuda bruta (% del PIB)



Fuente: Dipres.

Se observa que la deuda como porcentaje del PIB experimentó un período de continua reducción entre los años 1991 y 1998, para luego mostrar un relativo incremento entre 1999 y 2002, volviendo a registrar una continua reducción hasta 2007, año desde el cual la deuda bruta en términos de PIB mostró nuevamente un continuo incremento, asociado a diversos eventos como la crisis financiera internacional de 2008-2009, el terremoto de 2010 y la desaceleración económica y mayor gasto fiscal en años más recientes. El gráfico 2 muestra la evolución que ha registrado la deuda neta desde el año 1991 al 2018.

Gráfico 2
Deuda neta (% del PIB)

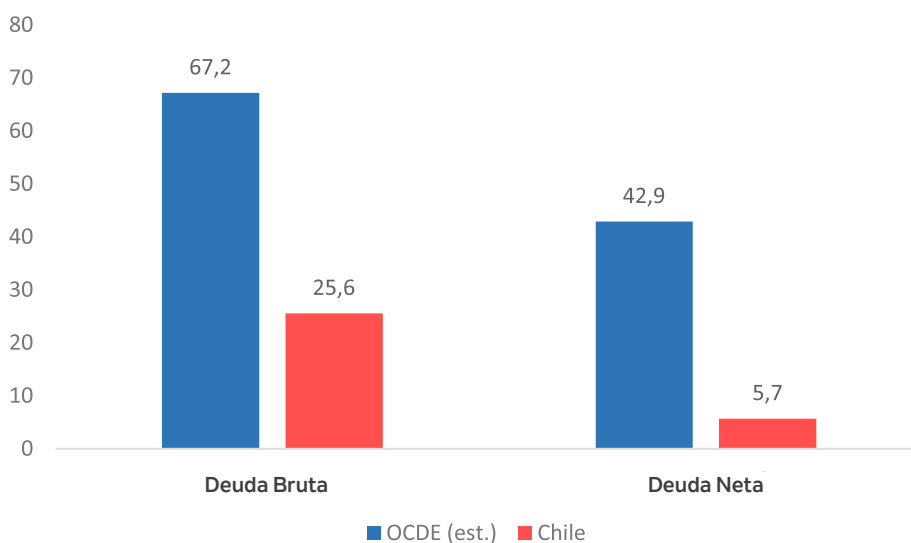


Fuente: Ministerio de Hacienda.

Es posible apreciar que para el año 2018 el nivel de la deuda neta como porcentaje del PIB es similar a lo que ésta registraba a comienzos de los años 2000. Luego, con el boom del precio del cobre y en el marco de la meta de superávit estructural, se generaron ahorros que incrementaron los activos de manera significativa, llegando a registrar un nivel de deuda neta negativa de más de 15% del PIB en 2008. Posteriormente, la deuda neta creció hasta niveles de 5,7% del PIB en 2018, resultado principalmente de la mayor adquisición de deuda bruta de los últimos años.

Si bien, el foco de preocupación ha estado puesto en la tendencia al alza mostrada por la deuda en los últimos años, es importante notar que los niveles de deuda de Chile no parecen altos al compararlos con los países de la OCDE (ver gráfico 3).

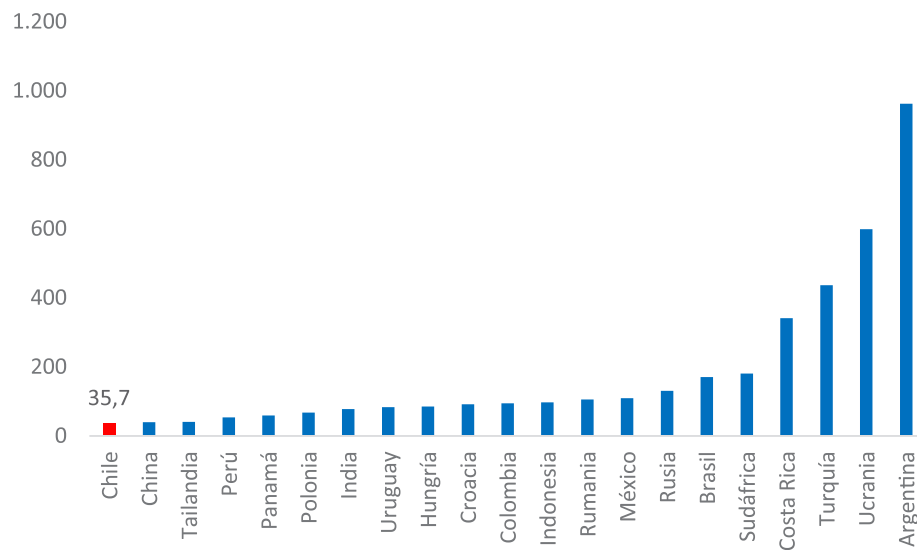
Gráfico 3
Deuda bruta y neta (% del PIB) – OCDE y Chile (2018)



Fuente: Fondo Monetario Internacional, Dipres.

Se debe destacar que Chile a la fecha ha mostrado una notable mejora en su riesgo país, reflejado en los “*Credit Default Swap*”, alcanzando los niveles más bajos dentro de los países emergentes (ver gráfico 4), asimismo, actualmente se ubica en sus menores niveles desde enero de 2008. En abril, la prima por riesgo país de Chile llegó a ubicarse como la más baja dentro de los países emergentes. Se debe señalar que esta mejora en el riesgo país en el último tiempo, coincide con algunos de los resultados empíricos de este trabajo, por ejemplo, con el indicador de sostenibilidad fiscal (ISF).

Gráfico 4
Credit Default Swap – Países emergentes y Chile (22/Abril/2019)
(puntos porcentuales)



Fuente: Bloomberg.



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS

METODOLOGÍA TRADICIONAL Y ESTOCÁSTICA



4. Metodología tradicional y estocástica

El marco de análisis para los trabajos empíricos de sostenibilidad de la deuda se deriva de la “restricción presupuestaria intertemporal” del sector público, la cual se puede reescribir de la siguiente forma como porcentaje del producto, denominada “ecuación dinámica intertemporal”:

$$d_t = (1 + r_t - g_t) \cdot d_{t-1} - bp_t + u_t \quad (1)$$

Donde, d_t es el ratio deuda neta a producto en el periodo t , r es la tasa de interés real, g es la tasa de crecimiento real de la economía, bp es el balance primario a producto (neto de intereses), y u son “otros requerimientos de financiamiento”, usualmente llamados en la literatura “*skeletons*” o “*stock-flow reconciliation*”. En el anexo 1 se presenta la derivación de la ecuación dinámica para la deuda neta.

Trabajando recursivamente hacia adelante la “ecuación dinámica intertemporal” se obtiene la “ecuación dinámica intertemporal en valor presente”:

$$d_{t-1} = E_t \sum_{j=0}^N \frac{bp_{t+j-1} - u_{t+j-1}}{\prod_{i=0}^j (1 + r_{t+i} - g_{t+i})} + \frac{d_{t+N-1}}{\prod_{i=0}^N (1 + r_{t+i} - g_{t+i})} \quad (2)$$

Esta ecuación indica que la deuda neta es igual el valor presente de los balances primarios más el valor presente de la deuda a futuro, lo que refleja que la deuda actual podría ser financiada por superávits futuros o bien por la emisión de nueva deuda. De este último término, en la medida que avanza el tiempo si el aumento en la deuda es superior al aumento de la tasa de interés menos la tasa de crecimiento, las obligaciones del sector público no serán sostenibles. Dicho en otras palabras, la política fiscal no es sostenible si el valor presente de la deuda a futuro es positivo. De este modo, la hipótesis relevante para determinar la sostenibilidad de la deuda pública estaría dada por:

$$H_0: \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{d_{t+N-1}}{\prod_{i=0}^N (1 + r_{t+N} - g_{t+N})} = 0 \quad (3)$$

O en forma equivalente:

$$H_0: d_{t-1} = E_t \sum_{j=0}^N \frac{bp_{t+j-1} - u_{t+j-1}}{\prod_{i=0}^j (1 + r_{t+j} - g_{t+j})} \quad (4)$$

Escrito de esta forma, esta última hipótesis sugiere que para que la política fiscal sea sostenible, dado un cierto nivel de deuda, se deben generar los superávits necesarios en el futuro para satisfacer dichas obligaciones.

Las metodologías empíricas de solvencia fiscal que se muestran a continuación se basan tanto en la hipótesis de sostenibilidad como en la "restricción presupuestaria intertemporal" del sector público.

4.1. Análisis empírico tradicional de tests

El “análisis empírico tradicional de tests” de sostenibilidad surge con el trabajo de Hamilton y Flavin (1986) quienes se concentran en tests a la serie de tiempo de la deuda, como el de estacionaridad (Dickey-Fuller) y de la significancia de la tasa de interés en la deuda.

Sin embargo, como señala Bohn (1998) para este tipo de tests es difícil detectar reversión a la media de la deuda, por lo que proponen un test que intenta medir como responde el gobierno a la acumulación de deuda: ¿toma medidas correctivas o deja la deuda aumentar? Para esto el autor examina la respuesta del balance primario a cambios en el ratio de la deuda-producto, donde una respuesta positiva muestra que el gobierno estaría tomando medidas para contrarrestar el cambio en la deuda, lo que implica que el ratio deuda-producto tendría reversión a la media y, por lo tanto, la política fiscal sería sostenible. La regresión para realizar el test es la siguiente:

$$bp_t = \rho d_t + \alpha z_t + \epsilon_t = \rho d_t + \mu_t \quad (5)$$

Donde, z_t es un set de determinantes temporales (cíclicos) del balance primario, ϵ_t un término de error y $\mu_t = \alpha z_t + \epsilon_t$. Utilizando esta función en la “ecuación dinámica intertemporal” de la deuda se obtiene:

$$d_t = (1 + r_t - g_t - \rho) \cdot d_{t-1} - \mu_t \quad (6)$$

De esta forma, se puede observar que al tener ρ un signo positivo y significancia estadística, la dinámica de la deuda no debiese ser explosiva bajo ciertas condiciones razonables.

4.2. Análisis empírico tradicional de indicadores

Siguiendo a Blanchard (1990) se puede construir un indicador de sostenibilidad de la política fiscal a partir de una situación de estado estacionario (ver derivación en anexo 2). Este indicador, llamado “brecha primaria” se muestra a continuación:

$$bp'^* - bp'_t = (r^* - g^*)d^* - bp'_t \quad (7)$$

De acuerdo a este indicador, en la medida que $bp'^* - bp'_t$ sea positivo la política fiscal no sería sostenible, dado que tendería a aumentar el ratio deuda-producto. Se debe destacar que este tipo de análisis, a diferencia de los “análisis empíricos tradicional de tests”, no basa sus conclusiones en el periodo pasado de la muestra utilizado.

En esta misma línea, Croce y Juan-Ramón (2003), proponen otro indicador de sostenibilidad que se basa en la “ecuación dinámica intertemporal” de la deuda, su estado estacionario y una función de reacción de la política fiscal. Según los autores, una de las ventajas de su indicador sobre el de Blanchard (1990) es que no requiere proyecciones para el producto ni las tasas de interés, ya que se basa en los valores corrientes y pasados de las variables relevantes. A continuación, se presenta este “indicador de sostenibilidad fiscal” (ISF, ver como se construye en anexo 3):

$$ISF = \frac{1 + r_t}{1 + g_t} - \frac{bp'_t - bp'^*}{d_{t-1} - d^*} \quad (8)$$

Valores para ISF menores a 1 indican una posición fiscal sostenible, mientras que valores consistentemente por sobre o iguales a 1 indican una política fiscal no sostenible. Por su parte, la sostenibilidad fiscal requiere que β_t converja a β^* (para el detalle, ver el Anexo 3).

4.3. Análisis empírico estocástico

Una de las desventajas del “análisis empírico tradicional” es que basa sus resultados en la trayectoria observada de las variables fiscales en el periodo de estudio, sin considerar que podrían haber existido otros escenarios con resultados distintos para la sostenibilidad fiscal. En cambio, el “análisis empírico estocástico”, considera la naturaleza estocástica de las variables que determinan la deuda, generando de esta forma distintas posibles trayectorias para esta. A su vez, se incorpora la interacción entre las variables económicas, algo que el análisis tradicional omite.

De esta forma, el “análisis empírico estocástico” permite responder sobre la probabilidad de que la deuda se ubique bajo o sobre cierto umbral. Es importante destacar la relevancia de considerar la interacción entre las variables económicas, ya que el efecto sobre la deuda no vendrá de shocks aislados, sino del efecto, que puede amplificarse o disminuirse, producto de la interacción entre las variables. Por ejemplo, en una recesión que afecta negativamente el balance fiscal, es probable que disminuyan las tasas de interés, lo que ayuda a la sostenibilidad fiscal.

Siguiendo el trabajo del Fondo Monetario Internacional (2003) se considera que las variables que determinan la “ecuación dinámica intertemporal” de la deuda son estocásticas y muestran interacción entre ellas. Lo que podemos formalizar de la siguiente forma:

$$d_t = (1 + \tilde{r}_t - \tilde{g}_t) \cdot d_{t-1} - \tilde{b}\tilde{p}_t + \tilde{u}_t \quad (9)$$

$$\{\tilde{g}_t, \tilde{r}_t, \tilde{b}\tilde{p}_t, \tilde{u}_t\} \sim N(0, \Sigma) \quad (10)$$

Donde, \tilde{g}_t , \tilde{r}_t , $\tilde{b}\tilde{p}_t$ y \tilde{u}_t son las variables estocásticas para: la tasa de crecimiento real de la economía, la tasa de interés real, el balance primario a producto, y los “otros requerimientos de financiamiento”, respectivamente. Se construyen los “otros requerimientos de financiamiento” a partir de la “ecuación dinámica intertemporal” de la deuda, de la siguiente forma: $\tilde{u}_t = d_t - (1 + \tilde{r}_t - \tilde{g}_t) \cdot d_{t-1} + \tilde{b}\tilde{p}_t$. Por su parte, Σ representa a la matriz varianza-covarianza de la distribución normal del modelo para las variables económicas.

La manera de capturar la interacción entre las variables económicas es a través de un modelo de Vectores Autorregresivos (VAR). Definiendo, $z_t \equiv \{\tilde{g}_t, \tilde{r}_t, \tilde{b}p_t, \tilde{u}_t\}$, podemos expresar el VAR en forma reducida de la siguiente forma:

$$z_t = c + B(L)z_t + v_t \quad (11)$$

Donde, $v_t \sim N(0, \Sigma)$ es el vector de shocks aleatorios independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) que distribuyen Normal con media 0 y matriz varianza-covarianza Σ , c es el vector de constantes y $B(L)$ es la matriz de coeficientes de los rezagos.

Usando la descomposición de Cholesky de la matriz varianza-covarianza de los errores del modelo VAR, tenemos que $\Sigma = WW'$, donde W es la matriz triangular inferior.

Utilizando los coeficientes c y $B(L)$ del VAR, la matriz W y varios shocks aleatorios independientes e idénticamente distribuidos ω_t , que distribuyen $N(0, I)$, donde I es la matriz identidad, podemos construir a partir del método de Montecarlo las simulaciones de las variables económicas de la siguiente forma:

$$z_t = c + B(L)z_t + \varphi_t \quad (12)$$

Donde, $\varphi_t = W\omega_t$. Una vez obtenidas distintas trayectorias para $z_t \equiv \{\tilde{g}_t, \tilde{r}_t, \tilde{b}p_t, \tilde{u}_t\}$, considerando la "ecuación dinámica intertemporal" de la deuda, tendremos distintas trayectorias para d_t , de la cual se puede realizar inferencia estadística sobre la sostenibilidad fiscal.



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS

TRAYECTORIA DE LA DEUDA



5. Trayectoria de la deuda

Para modelar la trayectoria de la deuda utilizamos la “restricción presupuestaria intertemporal” con la apertura de la deuda bruta y los activos, como se puede ver en la siguiente ecuación:

$$DB_t = (1 + i_t^D)DB_{t-1} - BP_t + A_t - (1 + i_t^A)A_{t-1} + U_t \quad (13)$$

Donde, DB_t es la deuda bruta del gobierno en el periodo t , A_t son los activos del gobierno, i_t^D es la tasa de interés nominal de la deuda bruta y i_t^A es la tasa de interés nominal de los activos. Expresando la identidad anterior como porcentaje del producto se obtiene:

$$db_t = \frac{(1 + r_t^D)}{(1 + g_t)} \cdot db_{t-1} - bp_t + a_t - \frac{(1 + r_t^A)}{(1 + g_t)} \cdot a_{t-1} + u_t \quad (14)$$

En el anexo 4 se muestra la derivación para el estado estacionario de la deuda bruta.

RESULTADOS



6. Resultados

A continuación, se presentan los resultados de las metodologías utilizadas para estimar sostenibilidad fiscal y la trayectoria de la deuda.

6.1. Resultados del análisis empírico tradicional de tests

Para realizar el test de significancia sobre el efecto del ratio de deuda-producto en el balance primario se realiza la regresión utilizada por Bohn (1998), con el término Z_t (determinantes temporales del balance primario) compuesto por tres variables: GVAR, YVAR, CVAR. Donde, al igual que los autores, siguiendo a Barro (1986), GVAR representa la parte del ratio del gasto-producto temporal, el cual fue construido como la diferencia entre el ratio de gasto neto de intereses y su filtro Hodrick-Prescott, YVAR es la brecha producto, construido al igual que los autores como $1 - \frac{PIB}{PIB\text{ potencial}}$, y CVAR es una variable adicional cíclica relevante para Chile, que es la diferencia entre el precio del cobre y el precio del cobre de referencia; los datos utilizados son trimestrales. A continuación (tabla 1), se muestran los resultados del ejercicio.

Tabla 1
Determinantes del balance primario
Variable dependiente: Balance primario dividido por el PIB (bpt)

PERIODO	CONSTANTE	GVAR	YVAR	CVAR	BP _{T-1}	D _T	R ²	σ	DW
(1) 2006Q4-2018Q3	-0.040	-4.396	0.768	-0.009		-0.273	0.923	0.010	0.387
	[-5.115]	[-6.688]	[3.176]	[-1.881]		[-4.877]			
(2) 2007Q1-2018Q3	-0.026	-2.784	0.609	-0.002	0.506	-0.134	0.979	0.005	1.313
	[-5.525]	[-6.522]	[4.594]	[-0.793]	[8.601]	[-3.521]			
(3) 2007Q1-2014Q1	-0.016	-1.956	0.465	-0.008	0.5836	-0.005	0.977	0.006	1.701
	[-2.082]	[-2.588]	[1.981]	[-1.323]	[6.481]	[-0.062]			

Se utilizaron datos trimestrales, con GVAR, YVAR, CVAR y BP en promedios móvil de los últimos 4 trimestres. En el caso de D se utiliza el nivel corriente de deuda neta sobre el PIB. Las regresiones fueron realizadas por mínimos cuadrados ordinarios. Entre paréntesis se muestra los estadísticos t. Fuente: elaboración propia.

Como se puede observar, no hay evidencia que la política fiscal, a través de ajustes en el balance primario, haya respondido a las variaciones de la deuda en los últimos años, por lo que, de acuerdo a este test, no existe evidencia en el periodo muestral de que el ratio deuda-producto revierte a su media, por lo que, mediante esta metodología no se puede comprobar que la política fiscal haya sido sostenible. En primera instancia, esto se refleja en un signo negativo para el coeficiente de la deuda en la regresión (1), pero el test Durbin-Watson (DW) indica inconsistencia de los parámetros, por lo que la inferencia que podamos hacer con ellos no es válida. Al controlar por autocorrelación del balance primario en la regresión (2) no se corrige completamente el problema, y el signo para el coeficiente de la deuda sigue siendo negativo, lo que no indica señal de sostenibilidad. En la regresión (3) observamos que al acortar la muestra al periodo 2007Q1-2014Q1 los parámetros muestran ser consistentes y con un coeficiente para la deuda que disminuye su valor negativo, siendo una señal de que en los últimos años existió un deterioro en la sostenibilidad de la política fiscal. Cabe destacar que en las regresiones los signos para los coeficientes de GVAR y CVAR son los esperados, no así para el caso de YVAR.

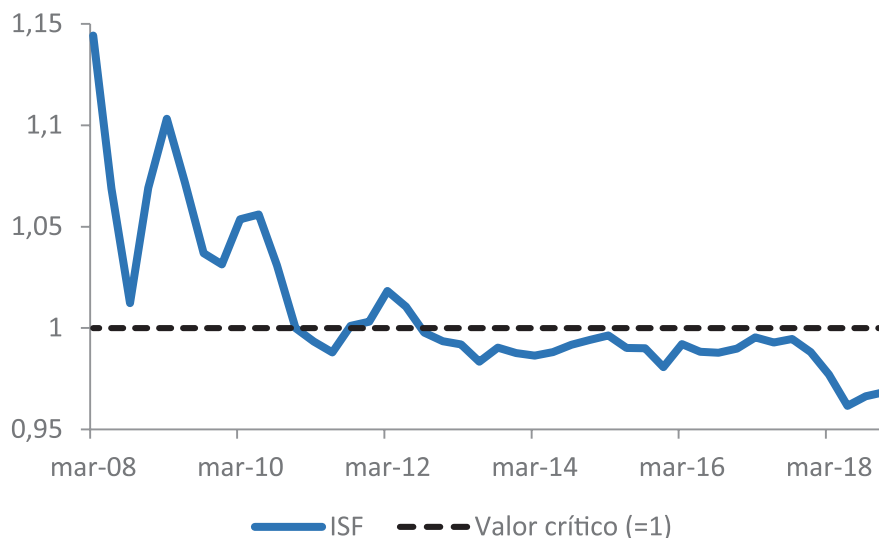
6.2. Resultados del análisis empírico tradicional de indicadores

La construcción del ISF considera los siguientes datos para las variables: (i) la tasa de interés corresponde a la tasa de interés de los pasivos, (ii) se utiliza el crecimiento real del PIB, (iii) para $bp'_t - bp'^*$ se utiliza la diferencia entre el balance primario efectivo y la meta de balance estructural ajustada por los ingresos y gastos por intereses (nótese que al tratarse de una diferencia no es necesario incluir los “otros requerimientos de financiamiento” al balance primario y balance primario estructural), ambas como porcentaje del PIB, y (iv) para $d_{t-1} - d^*$ se utiliza la diferencia entre el nivel de deuda neta y la deuda neta objetivo, ambos como porcentaje del PIB; esta última dada por $d^* = \frac{1+g^*}{r^*-g^*} bp'^*$ (ver anexo 5), donde r^* se construye como la tasa de interés nominal a 10 años de la deuda del gobierno menos la inflación meta, g^* el valor de las estimaciones para el crecimiento del PIB tendencial para cada año, y bp'^* es la meta de balance estructural ajustado por ingresos por intereses, gastos por intereses y los “otros requerimientos de financiamiento”. Nótese que al revés de Croce y Juan-Ramón (2003) se realiza el ejercicio a partir de la meta de balance estructural, la cual permite determinar la deuda neta objetivo. Se utilizaron datos trimestrales en promedios móviles de los últimos cuatro trimestres.

Los resultados muestran que en el periodo de análisis (2008Q1-2018Q4), un 64% de los trimestres han mostrado un ISF menor a 1, con dichos valores solo levemente menores a 1 la mayor parte del tiempo, lo que refleja una política fiscal sostenible sin tanta holgura en los últimos años. Sin embargo, durante el año 2018 se observa una importante caída del ISF, lo que refleja una mejora en la sostenibilidad de política fiscal en los últimos trimestres. Un factor relevante para la sostenibilidad fiscal son las bajas tasas de interés de la deuda, que han logrado

compensar el efecto negativo de los déficits fiscales¹. En el gráfico 5 se muestra la evaluación del ISF para el periodo en análisis.

Gráfico 5
Indicador de Sostenibilidad Fiscal (ISF < 1 sostenible)



Fuente: elaboración propia

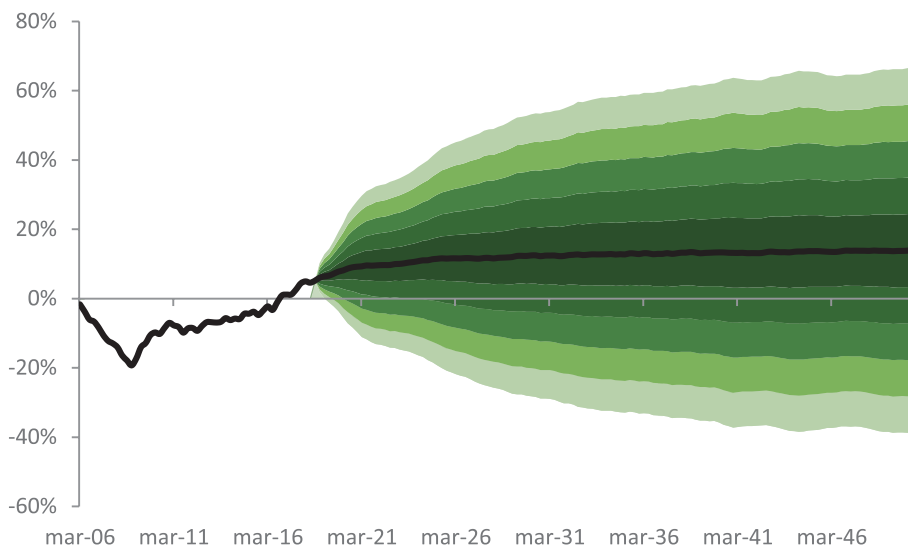
6.3. Resultados del análisis empírico estocástico

Para construir el modelo se obtuvieron los coeficientes y la matriz triangular inferior de Cholesky a partir de un modelo VAR para el periodo 2008Q1 a 2018Q3. Los resultados del modelo VAR utilizado se presentan en el anexo 6. Para el punto inicial de las simulaciones se utilizaron parámetros de largo plazo para el crecimiento y tasa de interés, la meta implícita para el balance primario estructural y para el ratio deuda-producto se utilizó el último valor disponible de la muestra.

Utilizando los coeficientes del modelo VAR, la matriz triangular inferior de Cholesky y los parámetros iniciales de las variables, se realiza mediante el método de Montecarlo un número de 2.000 distintos escenarios para las variables económicas cada una con su propio shock aleatorio, de las cuales se obtienen distintas trayectorias para la deuda neta. A partir de estas distintas trayectorias se calculan los estadísticos de medias y varianzas de la deuda a lo largo del tiempo, permitiendo representar los resultados en un “fan chart” (ver gráfico 6), el cual muestra la función de probabilidades de los futuros valores de la deuda neta.

¹ Otra condición necesaria para que exista sostenibilidad fiscal es la convergencia de β_t a β^* . Al realizar el test de cointegración de Johansen obtenemos que no se puede rechazar la hipótesis nula de inexistencia de cointegración entre β_t a β^* (valor $p = 35,93\%$), lo que es una señal de convergencia de β_t a β^* en largo plazo.

Gráfico 6
Fan chart (proyecciones de la deuda neta, % del PIB)



Fuente: elaboración propia.

El “fan-chart” muestra que en la medida que nos distanciamos de la mediana, las probabilidades de ocurrencia van disminuyendo, lo que se expresa como áreas más claras cuando nos movemos hacia arriba o hacia abajo en los deciles.

La densidad de probabilidad de las trayectorias de la deuda permite hacer inferencia estadística para ver la probabilidad de que la deuda neta se ubique sobre cierto límite o umbral. Siguiendo a Mendoza y Oviedo (2004) se construye un “límite natural de deuda” (LND), que determina un límite del ratio deuda-producto coherente con el compromiso de sostenibilidad fiscal en el peor escenario de forma persistente para los ingresos fiscales o crisis fiscal. Se define LND como:

$$d^{LND} = \frac{1 + g^*}{r^* - g^*} (\underline{t} - \underline{\delta} - \underline{u})$$

Donde, \underline{t} es la realización más baja para los ingresos fiscales como proporción del producto (neto de ingresos por intereses), $\underline{\delta}$ es el menor gasto como proporción del producto (neto de gasto por intereses) al que el gobierno se puede ajustar en caso de crisis fiscal y \underline{u} son los “otros requerimientos de financiamiento” en el escenario de crisis fiscal. Nótese que d^{LND} será más bajo si: (i) existe mayor variabilidad de los ingresos fiscales (e.g., dependencia de materias primas), (ii) existe poca flexibilidad para ajustar gasto público, y (iii) a mayor tasa de interés por sobre el crecimiento de la economía. ⁽¹⁵⁾

Los valores para \underline{t} , $\underline{\delta}$ y \underline{u} corresponden a 2 desviaciones estándar por debajo al estado estacionario.² Las desviaciones estándar utilizadas son las obtenidas en el periodo muestral 2009Q3-2018Q1. Tanto para \underline{t} como para $\underline{\delta}$ se hizo el ejercicio con 3 distintos valores de desviaciones estándar. Para la tasa de interés real en estado estacionario se consideró un valor de 2,4%, mientras que para el crecimiento en estado estacionario se utilizó un valor de 2,1%.³ A continuación (tabla 2) se presentan los valores para d^{LND} bajo distintas desviaciones estándar.

Tabla 2
Estimaciones del “límite natural de la deuda” (LND) (% del PIB)

		Desviación estándar de δ_{\min}	0,009	0,010	0,011
		Coeficiente de variación de δ_{\min}	1,70%	1,90%	2,10%
Desviación estándar de t_{\min}	Coeficiente de variación de t_{\min}				
0,008	1,63%		190,33%	265,98%	341,64%
0,009	1,83%		114,68%	190,33%	265,98%
0,010	2,03%		39,03%*	114,68%	190,33%

* Corresponde al LND estimado con los parámetros originales para las desviaciones estándar. Los valores de los LND consideran 2 desviaciones estándar por debajo el estado estacionario.

Fuente: elaboración propia.

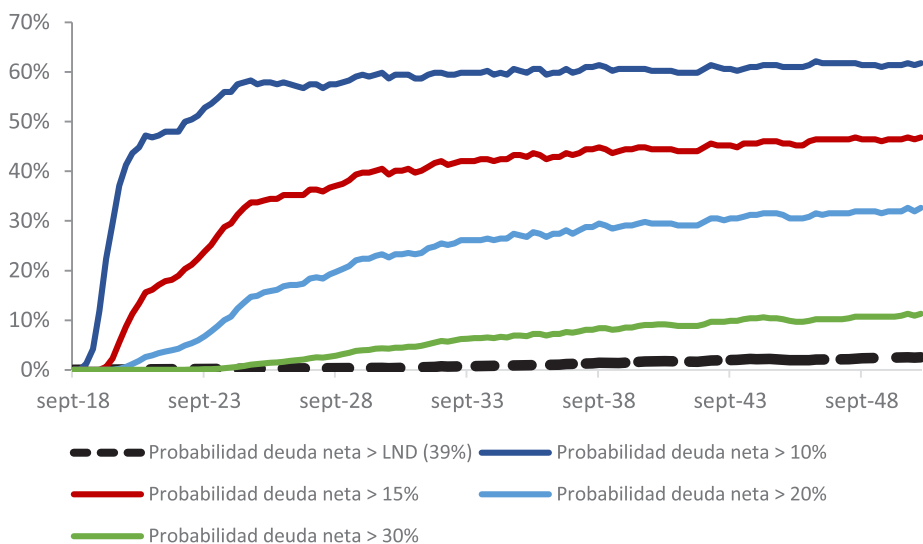
La tabla 2 sugiere que mientras mayor sea la variabilidad de los ingresos fiscales menor es el “límite natural de la deuda”, por lo que existiría menor espacio para enfrentar una crisis fiscal. Por su parte, mientras mayor sea la variabilidad del gasto fiscal (lo que refleja mayor flexibilidad de ajuste), el “límite natural de la deuda” es mayor, lo que da más espacio para enfrentar una crisis fiscal. El resultado con las desviaciones estándar originales de la muestra arroja un LND de 39% del PIB.

Con este resultado del LND se calcula la probabilidad que en el futuro la deuda neta se ubique por sobre éste límite de sostenibilidad fiscal y de otros umbrales de deuda. A continuación (gráfico 7) se muestran las probabilidades que la deuda supere ciertos límites en el tiempo.

² El detalle del estado estacionario se explica en la sección 6.4.

³ El crecimiento de la economía en estado estacionario es similar al de los países desarrollados, asumiendo que existe convergencia de crecimiento. Para el caso de la tasa de interés real se asume que su valor en estado estacionario debe estar por sobre la tasa de crecimiento de la economía para evitar una ineficiente sobreacumulación de capital (ver Barro 1976).

Gráfico 7
Probabilidad deuda neta > límite



Fuente: elaboración propia.

Lo anterior indica que, la probabilidad de que la deuda neta supere el límite natural de 39% del PIB es cercano a cero en todo el horizonte de proyección, lo cual indica que incluso en una situación de crisis fiscal es altamente probable que el gobierno sea capaz de cumplir sus obligaciones, sugiriendo que la deuda será sostenible con una alta probabilidad. Usando un umbral de límite de deuda de 30% del PIB, se obtiene una probabilidad cercana a cero de sobrepasar este nivel de deuda neta en la próxima década, y en el largo plazo la probabilidad es aún baja, situándose en torno a un 10%. Para el caso de probabilidad que la deuda supere el 20% del PIB, esto tiene probabilidad cero en el corto plazo e inferior al 5% en los próximos 3 años, para luego llegar en el largo plazo en torno al 30%. Respecto a la probabilidad de que la deuda supere el 15% del PIB, también se observa una probabilidad cero en el muy corto plazo e inferior al 20% en los próximos 3 años, mientras que en el largo plazo la probabilidad se ubica en torno a un 45%. En el caso de la probabilidad de ubicarse sobre un umbral de 10% del PIB, esta es menor a un 5% en el corto plazo. Por último, los resultados indican que el rango con mayor probabilidad de ocurrencia en los próximos años es una deuda neta entre 5% y 7,5% del PIB, mientras que en el largo plazo este modelo sugiere un valor en torno al 10%.

6.4. Resultados trayectoria de la deuda

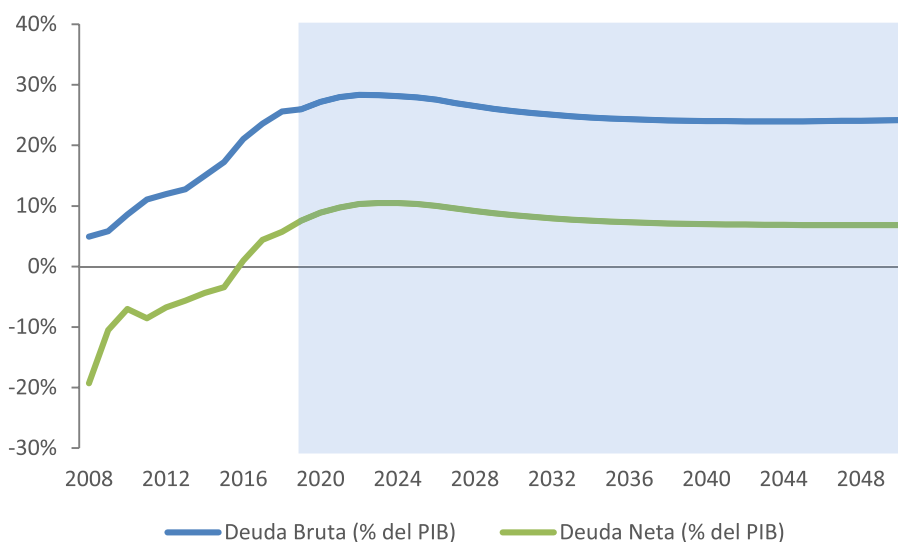
Para estimar la trayectoria de la deuda se recurre al modelo tradicional basado en la “restricción presupuestaria intertemporal”. En esta sección presentamos los resultados para la trayectoria de la deuda en base al modelo tradicional para el periodo 2019-2050.

Los supuestos utilizados en el modelo se describen a continuación:

- (i) Se considera válido el escenario macroeconómico del Informe de Finanzas Públicas del primer trimestre del año 2018.
- (ii) Se mantiene la política fiscal de regla de balance estructural, con una meta $-1,6\%$ del PIB el año 2019 y posteriormente una reducción del déficit estructural en $0,2\%$ del PIB cada año, hasta llegar a un equilibrio estructural, que a su vez determina que el balance efectivo converja a cero.
- (iii) Desde 2024 se considera que las variables macroeconómicas convergen gradualmente a niveles de largo plazo.
- (iv) Para las tasas de interés implícitas nominales de la deuda y de los activos se asume que estas se igualan en el largo plazo en torno a $4,5\%$, por sobre la tasa de crecimiento de la economía en estado estacionario, de forma tal que se dé un equilibrio competitivo con una asignación eficiente del capital.
- (v) Se utilizan hacia el futuro series de parámetros estructurales compatibles con lo estimado a partir de la última convocatoria a los Comités de expertos de este año. En el caso del crecimiento en estado estacionario se asume que este converge a valores similares a las tasas de crecimiento de países desarrollados.
- (vi) La proyección de ingresos estructurales se basa en un modelo simplificado de estimación de ajustes cíclicos de acuerdo a la metodología vigente.
- (vii) La acumulación de activos incorpora la dinámica del Fondo de Reservas de Pensiones (FRP), con sus reglas de acumulación y desembolsos, lo que está documentado en Gamboni, Tomaselli y Villena (2018).
- (viii) Los “otros requerimientos de financiamiento” se modelan por los requerimientos de caja dados por: (a) la compra de cartera del CAE (que se mantiene constante en el tiempo como proporción del PIB y (b) la amortización de los bonos de reconocimiento, que por una parte supone que lo correspondiente al sector civil se extingue en el año 2036 y que se mantiene constante para el caso de las FFAA.

Bajo estos supuestos los resultados apuntan a que en el largo plazo la deuda bruta y la deuda neta se estabilizarían en valores de 24,2% y 6,9% (como porcentaje del PIB), respectivamente, algo por debajo los valores actuales para el caso de la deuda bruta. Sin embargo, en los próximos años observaríamos un leve aumento de la deuda, que llegaría hasta niveles en torno al 28% y 10% del PIB para el caso de la deuda bruta y deuda neta, respectivamente, explicado principalmente por los déficits fiscales efectivos proyectados y los gastos por intereses, que llegaron a niveles de 0,84% del PIB (US\$2,520 millones) en el año 2018, desde niveles inferiores al 0,5% hace 10 años atrás. En el largo plazo, la reducción de los déficits fiscales ayudaría a contener la deuda. A continuación, se presenta un gráfico de las trayectorias proyectadas para la deuda bruta y deuda neta.

Gráfico 8
Proyecciones de la deuda bruta y deuda neta



Fuente: elaboración propia.

A continuación, se muestra un cuadro (tabla 3) con los principales supuestos y variables del modelo.

Tabla 3
Supuestos y proyecciones del modelo tradicional de deuda

	2017	2018	2019	2020	2030	2050
Ingresos (% del PIB)	20.8%	21.8%	21.4%	21.8%	22.6%	25.1%
Gastos (% del PIB)	23.6%	23.5%	23.3%	23.3%	22.5%	25.1%
Gastos por intereses (% del PIB)	0.8%	0.8%	0.9%	0.9%	1.0%	1.1%
Balance efectivo (% del PIB)	-2.8%	-1.7%	-1.8%	-1.5%	0.1%	0.0%
Balance estructural (% del PIB)	-2.0%	-1.5%	-1.6%	-1.4%	0.0%	0.0%
Deuda bruta (% del PIB)	23.5%	25.6%	26.1%	27.4%	25.8%	24.2%
Deuda neta (% del PIB)	4.4%	5.7%	7.6%	9.1%	8.6%	6.9%

Fuente: elaboración propia. Se debe notar que la deuda bruta proyectada por este modelo, no coinciden exactamente con las entregadas en el Informe de Finanzas Públicas debido a que se utilizan distintas metodologías.

CONCLUSIONES



7. Conclusiones

Tanto el análisis empírico tradicional como el estocástico coinciden que Chile no enfrenta un problema de sostenibilidad fiscal. En particular, si bien los modelos de test tradicionales no muestran evidencia empírica de reversión a la media del ratio deuda-producto y un ajuste del balance primario a cambios en la deuda, el deterioro habría ocurrido en años anteriores, con una mejora más recientemente. Adicionalmente, al construir un indicador de sostenibilidad fiscal, que considera la dinámica de la deuda, su equilibrio de largo plazo y la función de reacción de gobierno, este apunta a que los últimos años la política fiscal ha sido la mayor parte del tiempo sostenible. En el caso del modelo estocástico, se encuentra una señal más contundente de sostenibilidad fiscal, ya que es improbable, dada las simulaciones, que la deuda exceda un límite donde el gobierno no se puede hacer cargo de sus obligaciones en una situación de crisis fiscal. Finalmente, las distintas proyecciones de la deuda apuntan a que esta aumentaría levemente en los próximos años frente a los déficits fiscales previstos y a un aumento de los gastos por intereses. Sin embargo, en el largo plazo los niveles de deuda bruta convergerán a valores levemente por debajo a los actuales, esto es en torno a 24% del PIB y en el caso de la deuda neta a 6,9% del PIB, en la medida que desaparezcan los déficits fiscales.

Considerando que la regla de balance estructural en Chile no considera en su metodología a los niveles de deuda, es importante que a futuro se siga realizando un análisis sobre este tema. Hacia adelante, un paso a considerar, es la formalización de las metas de balance estructural, la deuda fiscal y su sostenibilidad, que de acuerdo a la teoría tienen una relación directa en estado estacionario.

BIBLIOGRAFÍA



Bibliografía

- Barnhill, T. y Kopits, G.** (2003), "Assessing fiscal sustainability under uncertainty", IMF Working Paper 03/79
- Barro, R.J.** (1976), "Reply to Feldstein and Buchanan", *Journal of Political Economy*, vol. 84, N° 2
- Barro, R.J.** (1986), "The behavior of United States Deficits", en R. Gordon, ed., *The American Business Cycle: Continuity and Change* (Chicago, IL: University of Chicago Press)
- Blanchard, O.** (1990), "Suggestions for a new set of fiscal indicators", OECD Economics Department Working Papers, 79, Paris
- Bohn, H.** (1998), "The behavior of U.S. public debt and deficits", *Quarterly Journal of Economics*, agosto, 113, pp. 949-963
- Cerda, R., Costa, R., Larrain F., Tomaselli, A., y Villena M.** (2011), "Una política fiscal de balance estructural de segunda generación para Chile", Dirección de Presupuestos, Estudios de Finanzas Públicas
- Croce, E. y Juan-Ramón, V.H.** (2003), "Assessing fiscal sustainability: A cross-country comparison", IMF Working Paper, 145
- Fondo Monetario Internacional** (2003), "Sustainability assessment: review of application and methodological refinements", Policy Development and Review Department, June 10
- Gamboni, C., Tomaselli, A. y Villena, M.** (2018), "La sostenibilidad fiscal y la política de balance cíclicamente ajustado: metodología y análisis para Chile", *Revista de la Cepal* N° 124, abril 2018
- Hamilton, J.D. y Flavin, M.** (1986), "On the limitations of government borrowing: A framework for empirical testing", *The American Economic Review*, 76, 4, 808-819
- Mendoza E. y Oviedo P.M.** (2004), "Fiscal solvency and macroeconomic uncertainty in emerging markets: the tale of the tormented insurer", mimeo, University of Maryland and NBER – Iowa State University, June

ANEXOS



Anexo 1

La “restricción presupuestaria intertemporal” del sector público está dada por:

$$D_t = (1 + i_t)D_{t-1} - BP_t + U_t$$

Donde, D_t es la deuda neta acumulada al final del período t , i es la tasa de interés nominal, BP es el balance primario y U son los requerimientos de financiamiento asociados a operaciones bajo la línea. Luego, la expresión expresada como porcentaje del producto sería:

$$d_t = (1 + i_t) \left(\frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot \frac{Y_{t-1}}{Y_t} \right) - bp_t + u_t$$

$$d_t = (1 + i_t) \left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}Q_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}Q_{t-1}}{P_t Q_t} \right) - bp_t + u_t$$

$$d_t = \frac{(1 + i_t)}{(1 + g_t)(1 + \pi_t)} \cdot d_{t-1} - bp_t + u_t$$

Donde las variables en minúsculas son expresadas como porcentaje del producto nominal (Y), P es el nivel de precios, Q es el producto real, g es la tasa de crecimiento real del producto en t y π es la tasa de inflación. Siguiendo la ecuación de Fisher, donde $(1 + i) = (1 + r)(1 + \pi)$, la expresión anterior puede escribirse de la siguiente manera:

$$d_t = \frac{(1 + r_t)}{(1 + g_t)} \cdot d_{t-1} - bp_t + u_t$$

$$d_t \approx (1 + r_t - g_t) \cdot d_{t-1} - bp_t + e_t$$

Anexo 2

Podemos reescribir la “ecuación dinámica intertemporal” de la deuda de la siguiente forma:

$$d_t - d_{t-1} = (r_t - g_t) \cdot d_{t-1} - bp_t + u_t$$

Para simplificar, definamos $bp'_t = bp_t - u_t$. Asumiendo, que en estado estacionario $d_t - d_{t-1} = 0$, podemos reescribir la ecuación anterior como:

$$bp'^* = (r^* - g^*)d^*$$

Nótese que el superíndice * refleja situación de estado estacionario para las variables. Substrayendo bp'_t a ambos lados de la ecuación obtenemos la “brecha primaria”:

$$bp'^* - bp'_t = (r^* - g^*)d^* - bp'_t$$

Anexo 3

El "indicador de sostenibilidad fiscal" (ISF) propuesto por Croce y Juan-Ramón (2003) se deriva de las siguientes tres ecuaciones:

$$\begin{aligned}d_t &= \beta_t \cdot d_{t-1} - bp'_t \\ bp'^* &= (\beta^* - 1)d^* \\ bp'_t &= bp'^* + \lambda_t(d_{t-1} - d^*)\end{aligned}$$

Donde, $\beta_t = \frac{(1+r_t)}{(1+g_t)}$. Utilizando estas tres ecuaciones obtenemos la siguiente ecuación para la deuda:

$$d_t = (\beta_t - \lambda_t) d_{t-1} - (\beta^* - \lambda_t - 1) d^*$$

De esta ecuación se desprende que d_t convergerá a d^* si y solo si $|\beta_t - \lambda_t| < 1$ y β_t converge a β^* , por lo que los autores proponen $(\beta_t - \lambda_t)$ como ISF, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$ISF = \frac{1 + r_t}{1 + g_t} - \frac{bp'_t - bp'^*}{d_{t-1} - d^*}$$

Anexo 4

Aplicando diferencias a la restricción presupuestaria intertemporal como porcentaje del producto se desprende la siguiente expresión:

$$\Delta db_t = \frac{(r_t^D - g_t)}{(1 + g_t)} \cdot db_{t-1} - bp_t + \Delta a_t - \frac{(r_t^A - g_t)}{(1 + g_t)} \cdot a_{t-1} + u_t$$

En estado estacionario se da que $db_t = db_{t-1}$ y que $a_t = a_{t-1}$, por lo que se puede obtener una expresión en estado estacionario para la deuda bruta.

$$db^* = \frac{(1 + g^*)}{(r^{D^*} - g^*)} \cdot bp'^* + \frac{(r^{A^*} - g^*)}{(r^{D^*} - g^*)} a^*$$

Donde, $bp'^* = bp^* - u_t^*$.

Anexo 5

En el anexo 1 encontramos que:

$$d_t = \frac{(1 + r_t)}{(1 + g_t)} \cdot d_{t-1} - bp'_t$$

Restando d_{t-1} a ambos lados de la ecuación tenemos:

$$d_t - d_{t-1} = \left(\frac{(1 + r_t)}{(1 + g_t)} - 1 \right) \cdot d_{t-1} - bp'_t$$

Asumiendo que en estado estacionario $d_t = d_{t-1}$ tenemos que:

$$d^* = \frac{1 + g^*}{r^* - g^*} bp'^*$$

Anexo 6

MODELO VAR	CRECIMIENTO _T	TASA DE INTERÉS _T	BALANCE PRIMARIO _T	SKELETONS _T
Crecimiento _{t-1}	1.565687 [12.0385]	-0.223741 [-1.35227]	0.363441 [2.41130]	0.174239 [0.75498]
Crecimiento _{t-2}	-0.628414 [-4.66112]	-0.019723 [-0.11499]	-0.112910 [-0.72265]	-0.263700 [-1.10225]
Tasa de interés _{t-1}	0.018240 [0.14203]	0.466622 [2.85613]	0.242732 [1.63095]	0.395740 [1.73658]
Tasa de interés _{t-2}	0.010977 [0.09241]	0.420577 [2.78315]	-0.116781 [-0.84832]	-0.014533 [-0.06895]
Balance primario _{t-1}	0.073561 [0.50387]	0.120803 [0.65043]	0.911768 [5.38901]	0.382795 [1.47762]
Balance primario _{t-2}	-0.286462 [-1.70410]	0.176089 [0.82340]	-0.244628 [-1.25570]	0.798526 [2.67695]
Skeletons _{t-1}	0.038851 [0.44791]	0.018408 [0.16682]	-0.135378 [-1.34674]	-0.404153 [-2.62575]
Skeletons _{t-1}	0.082619 [0.95083]	-0.066007 [-0.59712]	-0.114996 [-1.14197]	-0.513028 [-3.32724]
c	-0.000215 [-0.06361]	0.010844 [2.52222]	-0.015070 [-3.84784]	-0.005143 [-0.85755]
R ²	0.964946	0.962082	0.919985	0.808525

Entre paréntesis se muestra los estadísticos t.

Matriz varianza-covarianza de los residuos del modelo VAR

	CRECIMIENTO	TASA DE INTERÉS	BALANCE PRIMARIO	SKELETONS
Crecimiento	2.38E-05	-2.52E-06	1.36E-05	3.94E-06
Tasa de interés	-2.52E-06	3.85E-05	6.03E-06	5.45E-06
Balance primario	1.36E-05	6.03E-06	3.20E-05	-2.83E-06
Skeletons	3.94E-06	5.45E-06	-2.83E-06	7.50E-05



DIRECCIÓN DE PRESUPUESTOS

it) DDBt-1

